

Математический метод визуализации птолемеевской Индии в современных ГИС-инструментах

К. Эбшир, Д.А. Гусев, И. Папапанагиоту, С.К. Стафеев

«География» Птолемея приводит широты и долготы свыше 6 тысяч мест древнего мира, известных в его дни. К сожалению, многие координаты, задокументированные в то время, не соответствуют пропорциям и масштабам на современной карте мира. Мы раскрываем окно в мир Птолемея, систематически преобразовывая и корректируя древние координаты в соответствии с их современными эквивалентами. А затем загружаем их в современную систему ГИС, такую как Google Планета Земля. Мы представляем наши методы необходимой корректировки координат и обработки потоков данных, а также результаты их применения к сведениям из книги 7 работы Птолемея, посвященной Индийскому субконтиненту и соседним с ним частям Юго-Восточной Азии. Используя существующие исследования мест, для которых известны их современные эквиваленты, мы разрабатываем математическую модель для приблизительной локализации оставшихся объектов, обеспечивая исчерпывающее преобразование древних данных. Конечный результат и ценность этой работы очевидны, так как она позволяет раскрыть недоступную ранее картину мира Птолемея с использованием тех же самых инструментов, которыми мы пользуемся, чтобы лучше понять наш сегодняшний мир. Тем самым, существенно повышается наша способность понять многие аспекты нашего культурного наследия.

Введение

География Птолемея сообщает координаты более чем 6 тысяч мест древнего мира, наряду с их краткими описаниями и относящимися к ним контекстуальными метаданными. В сочетании с другими историческими источниками, такими как Перипл Эритрейского моря [1], этот замечательный набор географических данных открывает перед нами образ древнего мира. Благодаря этому, удастся прийти к более глубокому пониманию нашего общего культурного наследия, а также коррелировать другие древние наборы данных с помощью геопространственной ассоциации.

К сожалению, возможности Птолемея были ограничены доступными ему картографическими и информационными технологиями. Однако, то, что ему удалось составить такой объемный каталог с такой точностью и высокой степенью детализации, сильно впечатляет, несмотря на то, что отраженное в нем неправильное понимание истинной конфигурации земных континентов существенно ограничивает его полезность в качестве современного геопространственного источника. Значительные усилия необходимы для того, чтобы исправить ошибки, скомпенсировать неправильное понимание и раскрыть богатство информации, содержащейся в книге Птолемея, сделав ее более доступной читателю в современном контексте.

Наш проект нацелен на достижение этой цели, а данная статья информирует о наших новых результатах, представленных в визуальной форме на Рис. 1. Работа, представленная здесь, была посвящена Индии, которой соответствует книга 7 работы Птолемея. Особое внимание было уделено главам 1 и 4. Нашей конечной целью является публикация полной современной версии птолемеевского каталога, которая предоставит или точные, или приближенные координаты каждого места, для которого Птолемей дает нам древние координаты. Эти данные, вместе с соответствующими файлами для ГИС, позволят исследовать и визуализировать древний мир способом, ранее недоступным.

Данная статья организована следующим образом. Сначала мы представим обзор литературы по данной теме, включая сохранившиеся переводы работы Птолемея со всеми комментариями. Далее мы обсудим наши инструментальные средства и рабочий процесс, а также то, как они помогают нам в нашем труде. Вслед за этим мы рассмотрим модели, примененные нами для того, чтобы по координатам известных мест предсказывать координаты всех прочих. Также мы рассмотрим весь набор данных, чтобы решить, где поместить известные нам точки. Затем мы обсудим результаты наших усилий и приведем

примеры визуализаций, полученные с использованием современных инструментальных средств, а также проведем краткий анализ относительной точности примененных нами математических моделей. Наконец, мы сделаем выводы и обсудим возможности для дальнейшей работы.

Литературный обзор

Штюкельбергер и Грассхофф [2] опубликовали наиболее полный и точный современный перевод работы Птолемея, но, к нашему сожалению, этот перевод доступен только на немецком языке. (Штюкельбергер и Грассхофф также приводят древнегреческий оригинал, сверенный со старинными манускриптами.) Так как ни один из соавторов данной статьи не владеет свободно немецким языком, это обстоятельство усложнило использование этого перевода, кроме как в качестве источника названий и координат из каталога. Тем не менее, этого нам хватило для того, чтобы достичь значительного прогресса. Кроме того, как только мы получили доступ к базе данных Штюкельбергера и Грассхоффа в электронной форме на компакт-диске, это намного ускорило нашу работу. Мы смогли обойти такие ожидаемо трудоемкие процессы, как сканирование, распознавание и сверка распознанной информации. Штюкельбергер и Грассхофф предлагают современные названия для многих мест, упомянутых в книге Птолемея, но их идентификация лучше для других регионов, чем для Индии, и они приводят только современные названия, но не современные координаты.

Маккриндл [3] заполняет многие пробелы, оставленные Штюкельбергером и Грассхоффом, предоставляя еще один источник координат Птолемея для Индии, уже на английском языке. Его работа содержит предположения о многих дополнительных современных эквивалентах древних мест, с описанием источников и обоснованием каждого выбора. Однако, и тут даны только названия, а не полный набор современных координат. Этот источник недоступен в машинно-читаемом виде, так что мы прибегли к автоматизированному сканированию и распознаванию. К сожалению, мы обнаружили, что для точного определения некоторых координат современных мест необходимо человеческое понимание нюансов данных. Нам удалось разработать инструментальные средства, которые помогли облегчить это бремя, насколько это было возможно, и позволили нам извлечь дополнительные координаты известных мест из большей части работы Маккриндла.

Бергтрен и Джонс [4] предоставили прекрасный перевод на английский язык первой книги «Географии» Птолемея, которая важна тем, что она охватывает большую часть теоретического материала. Этот перевод помог нам более глубоко понять рационализации и методы Птолемея, которыми он пользовался для получения своих оригинальных оценок. Он также помог выявить некоторые серьезные ошибки Птолемея и понять их причины. К сожалению, данный ценный источник полностью охватывает только одну книгу «Географии» и, в отличие от работы Маккриндла, не помогает нам лучше понять специфику птолемеевской Индии или остального каталога.

Стивенсон [5] предпринял попытку перевести на английский язык всю работу Птолемея, но, как указал Диллер [6], этому переводу присущи многочисленные крупные недостатки. Тем не менее, здесь мы имеем перевод всего каталога, так что, несмотря на то, что использовать его нужно с большой осторожностью, этот источник является до некоторой степени полезным.

Цорлини [6] приводит подробный каталог птолемеевского бассейна Средиземного и Черного морей и методологию определения современных координат. Так как Индия в этот каталог не включена, мы не смогли им воспользоваться в нашей работе. Однако, в будущем мы планируем сравнить наши методологии определения современных координат.

Инструменты и технологии

Для нашего проекта мы разработали несколько инструментальных средств и методов, которые могут пригодиться другим исследователям. В данном разделе описаны эти инструментальные средства и связанный с ними рабочий процесс, разделенный на

пять функциональных составляющих: сканирование, импорт данных, генерация KML, геокодирование и визуализация.

Сканирование

Учитывая большой объем данных в нашей задаче, мы начали с попытки получить все координаты Птолемея в цифровом виде для нашей дальнейшей работы путем сканирования, распознавания символов и извлечения данных из имеющихся у нас трех источников — переводов Штюкельбергера и Грассхоффа, Маккриндла и Стивенсона. Для достижения этой цели мы разработали программное обеспечение, позволившее нам достаточно просто отсканировать весь материал из работы Маккриндла. Суть данного процесса заключается в том, что в программу с открытым исходным кодом оптического распознавания символов (OCR) Tesseract [7] вводятся изображения, которые потом сканируются в текстовые файлы. Затем мы разработали другую программу, которая, используя текстовые файлы, преобразовала их в определенный набор данных в системе координат, с которой мы смогли бы работать дальше. Эта программа была написана под Windows на языке Python.

Позже стало очевидно, что для импортирования более точных данных из работы Штюкельбергера и Грассхоффа необходимо использовать более совершенный сканер и программу ABBYY FineReader 12 Pro. Такая комбинация позволяет сканировать на более высокой скорости, и рабочий процесс занимает гораздо меньше времени. Тем не менее, конечный результат не мог быть использован как самый точный. Мы полагаем, что есть и другие инструменты, предлагаемые компанией ABBYY, которые позволяют экспортировать все данные из текста в таблицах, а не отдельные их части. Кроме того, FineReader модернизируется и мы надеемся, что некоторые ошибки и недоработки, которые в программе имеются, могут быть устранены. Даже при последующей работе с базой данных на компакт-диске, наши усилия по сканированию были актуальны, так как нам была необходима возможность связать координаты исторических источников наиболее точно.

Импорт данных

Как только мы узнали, что компакт-диск, прилагающийся к работе Штюкельбергера и Грассхоффа, содержит легко читаемую цифровую копию немецкого перевода каталога Птолемея, возникла необходимость создать несложный архив, чтобы загрузить туда уже имеющиеся и новые необходимые нам данные. Мы создали небольшой пользовательский архив и интенсивно его использовали, наряду с другими программами.

Данные Штюкельбергера и Грассхоффа состоят из четырех файлов на компакт-диске, в которые входят места, категории, народы и факты. Мы использовали копию файлов, которые уже были экспортированы из FileMaker для табуляции текстовых файлов. Из имеющихся четырех файлов в первую очередь нас заинтересовал файл, в котором содержатся места. Так как файл, в котором содержатся места, связан с файлом категорий, то и файл категорий тоже пригодился. Два других файла в нашей работе пока не использовались. Заголовки и мета-данные на немецком языке были вручную переведены на английский и загружены в наш архив. Названия мест также на немецком языке. Возможно, в будущем они будут переведены на английский и другие языки.

Одной из трудностей на начальном этапе работы над проектом заключалась в переводе набора символов кодировок. Текстовые файлы, использованные нами, содержали по меньшей мере два типа различных кодировок и необходимо было выяснить, какой тип стоит использовать для выбранных нами файлов, чтобы исключить ошибки. Ни один тип этих кодировок не был US-ASCII, что могло бы облегчить нашу работу. Для решения этих вопросов необходимы другие средства и инструменты. Из проблем с интернационализацией, мы извлекли тот урок, что по мере продвижения к публикации данных, необходимо принимать повышенные меры предосторожности.

Генерация KML

Поскольку одной из заявленных целей данного исследования является обеспечение доступа к данным из работы Птолемея через систему Google Планета Земля, мы

разработали несколько программ, которые позволили нам переводить данные в формат KML. Файлы KML затем могут быть загружены в Google Планета Земля. Возможность быстро и легко визуализировать расположение данных имела важное значение во всех аспектах нашей работы, к которым относятся выявление известных местоположений, проверка отсканированных данных и их анализ, создание и проверка математических моделей. Также данная система помогает в достижении конечной цели нашего проекта, а именно, облегчения понимания данных Птолемея. Пример файла, созданного в системе KML и загруженного в Google Планета Земля, показан на рисунке 2.

Одной из основных библиотек, которыми мы воспользовались в нашей работе, была `simplekml` [8], которая на первых порах работала достаточно хорошо, но по прошествии времени мы столкнулись с некоторыми трудностями. Мы намерены создать специальную KML-библиотеку, приспособленную к нашим целям. Это позволит существенно упростить обработку потока данных, позволив нам включить более быстрый и интуитивный цикл редактирования, позволяющий ручное редактирование точек и оперативный учет информации от других исследователей, интересующихся этой тематикой.

Геокодирование

Так как наши источники упоминают только названия или описания, говоря о современных объектах, которые они предлагают поставить в соответствие местам, описанным Птолемеем, в противоположность предоставлению собственно их современных координат, нам понадобился другой набор инструментальных средств, который помогает нам поставить координаты в соответствие именам. Полученные координаты мы затем используем в качестве исходной информации для наших алгоритмов. Инструментальных средств было разработано два.

Первым была программа, которая принимает названия мест и их идентификационные номера и взаимодействует с системой геокодирования Google Geocoding API [9]. Она записывает файл, содержащий современные координаты мест, которые могут быть использованы во время дальнейшей обработки, производимой для соответствующих идентификационных номеров. Для получения идентификационных номеров мест мы воспользовались системой идентификации, разработанной Штюкельбергером и Грассхоффом.

Вторым инструментальным средством стала программа, которая генерировала такие же файлы, но предоставляла минимально необходимый графический пользовательский интерфейс (GUI), который позволил нам находить места на карте вручную и копировать их координаты или вводить их вручную.

Оба инструментальных средства нуждаются в усовершенствовании, но они уже сэкономили нам многие часы времени, которые в противном случае ушли бы на сбор входных данных для наших математических моделей.

Визуализация

Основной точкой приложения усилий и основным инструментом для визуализации в нашем проекте была система Google Планета Земля. Генерация файлов в формате KML и импорт данных в систему Google Планета Земля были шагами, необходимыми для достижения быстрого прогресса в работе над проектом. В дополнение к этому, следует упомянуть два других средства визуализации, которыми мы также воспользовались.

Первым из них была система Google Maps, которая помогла определить, где некоторые из труднонаходимых современных мест на самом деле располагаются, и позволила определить их точные координаты вручную. Возможность исследовать реки, видя их названия в списке, помогла в определении координат их истоков и устьев.

Вторым дополнительным средством визуализации стала разработанная нами анимация, которая интерполирует движение всех точек от птолемеевых координат к их современным эквивалентам. Анимационная визуализация явилась очень ценной для понимания того, как каждая математическая модель работает, а также для определения статистических выбросов и создания новых моделей. Скриншот нашей программы анимационной визуализации в действии показан на рисунке 3.

Расположение мест

«География» Птолемея — это уникальная древняя работа, и задача идентификации современного эквивалента даже отдельного места, упомянутого в каталоге, может иногда оказываться очень трудной. Даже для известных мест, в литературе часто встречается несколько современных мест-кандидатов на соответствие, каждое из них со своим резонным обоснованием, и альтернативы иногда отстоят друг от друга на сотни километров. В этом разделе мы приводим дополнительную информацию о «Географии» Птолемея и о данных, на основании которых мы составили наш набор известных современных эквивалентов, а также описываем наши усилия по идентификации дополнительных известных мест для их последующего использования в качестве опорных точек с тем, чтобы предсказать, куда попадут остальные точки.

О «Географии» Птолемея

«География» Птолемея делится на несколько книг. В первой книге описываются географические работы, созданные ранее другими учеными, вкуче с прибавленными Птолемеем комментариями, изменениями и нововведениями. Вторая книга начинается с каталога мест, и каждая последующая книга, вплоть до седьмой включительно, посвящена той или иной территории, уже принадлежавшей в то время к известной части мира. Так как наше внимание сосредоточено на Индии, в первую очередь мы исследовали книгу первую для понимания теоретической основы и книгу седьмую для изучения той части каталога, которая относится к Индии.

Седьмая книга разбита на четыре главы, каждая из которых описывает различные регионы юго-восточной Азии. Первая глава, самая большая, посвящена Индийскому субконтиненту, который охватывает территорию современного Пакистана от реки Инд, все побережье Индии, и территорию вдоль Ганга и Гималаев, вплоть до места, где Ганг впадает в океан. Вторая глава описывает область за рекой Ганг. Третья глава описывает регионы, расположенные к востоку от Индии. Наконец, четвертая глава рассказывает об острове Тапробане, который известен ныне как Шри-Ланка, бывший Цейлон. Так как наше внимание было акцентировано на Индии, наиболее значимыми для нас явились первая и четвертая главы.

В каждой главе Птолемей соблюдает последовательность, перечисляя все известные позиции. Сначала он выделяет всю прибрежную зону. Затем он перечисляет все горные хребты, а также истоки, слияния, изгибы и устья крупных рек. Затем он перечисляет разные проживающие на территории народы наряду с их крупными городами. Наконец, он перечисляет все близлежащие острова.

База данных Штюкельбергера и Грассхоффа

В базе данных, которая прилагается к переводу Штюкельбергера и Грассхоффа, они выделили 12883 уникальных записи. Из них 1217 записей относятся к седьмой книге «Географии» Птолемея. В этом подмножестве данных, 640 записей содержат ассоциированные с ними птолемеовы координаты (широты и долготы). Ввиду особенностей нашей работы, остальные записи были нами отфильтрованы. Из оставшихся, 47 были дубликатами по их идентификационному номеру, большинство из которых были либо альтернативными именами, либо более крупными объектами, такими как горы, и каждый последующий ряд определял некоторую точку внутри этого крупного объекта. В итоге осталось 593 уникальных места из книги седьмой. Штюкельбергер и Грассхофф предлагают современные названия для 99 из этих мест, 84 из которых содержатся в первой главе книги седьмой. Во время нашего первого прохода мы смогли геокодировать лишь 50 из этих позиций, используя программу Google Geocoding API. Это был первоначальный набор данных для дальнейшей обработки, в ходе которой мы попытались вывести координаты других, неизвестных точек.

Дополнительные точки

После работы с различными моделями в течение некоторого времени, мы поняли, что нам очень нужны дополнительные известные точки. Используя перевод

Штюкельбергера и Грассхоффа в комбинации с переводом Маккриндла, а также Википедией, поисковиком Google и системой Google Maps, мы сумели определить потенциальные названия и координаты для дополнительных 85 мест из 593. 98 известных точек для главы 1 приведены в таблице 1, и 21 из них для главы 4 приведены в таблице 2.

Математические модели

Хотя, из сведений, накопленных в источниках, мы и знаем некоторые современные эквиваленты для мест в древней Индии, описанных Птолемеем, большинство из них просто неизвестны. Как упоминалось ранее, ключевой задачей нашей работы было использование тех немногих мест, которые нам известны, для приблизительного определения местонахождения неизвестных точек. Данный раздел описывает математические модели, которые мы использовали для решения этой задачи.

Метод линейной регрессии

Это первый метод, который мы использовали. Впервые он был испытан в работе Гусева, Стафеева и Филатовой [10], посвященной Африке Птолемея. Этот метод представляет собой простую линейную регрессионную модель для преобразования древних координат в современные. Мы использовали модель линейной регрессии сначала отдельно для преобразования древней географической широты в современную, а затем для аналогичного преобразования долготы. Мы использовали систему scikit-learn для языка Python [11] в нашей реализации. Эта модель описывается формулами:

$$\lambda_m = a_0 + a_1 \lambda_p + a_2 \varphi_p,$$

$$\varphi_m = b_0 + b_1 \lambda_p + b_2 \varphi_p,$$

где λ_m и φ_m — современные долгота и широта, λ_p and φ_p — птолемеи долгота и широта, а вектора $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$ состоят из коэффициентов регрессии.

Триангуляционный подход

Это была вторая модель, которую мы опробовали. Она также была из прежней работы о птолемеи Африке Гусева, Стафеева и Филатовой. Этот метод использует три птолемеи точки, для которых мы знаем их современные координаты, чтобы образовать из них сферический треугольник, окружающий неизвестную точку, для которой делается предсказание. Затем современные координаты неизвестной точки можно найти приближенно методом триангуляции. А именно, мы оцениваем пару неизвестных современных координат λ_m и φ_m по формулам

$$\lambda_m = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i S_i}{S_1 + S_2 + S_3},$$

$$\varphi_m = \sum_{i=1}^3 \frac{\varphi_i S_i}{S_1 + S_2 + S_3},$$

следуя нотации, примененной ранее, и дополняя ее обозначениями λ_i и φ_i для долготы и широты трех окружающих точек в современной системе координат и S_i для площадей сферических субтреугольников, лежащих напротив соответствующих углов окружающего сферического треугольника и образованных путем его деления на три части линиями (сегментами окружностей), ведущими от каждой из трех вершин к внутренней неизвестной точке. Вслед за Гусевым, Стафеевым и Филатовой, мы также рассчитываем площадь S вышеупомянутого сферического треугольника по формуле

$$S = 4 \arctan \sqrt{\tan\left(\frac{S}{2}\right) \tan\left(\frac{S-a}{2}\right) \tan\left(\frac{S-b}{2}\right) \tan\left(\frac{S-c}{2}\right)}$$

где a , b , и c — длины сторон этого треугольника в радианах, а $s = (a + b + c)/2$.

Наконец, опять-таки следуя за Гусевым, Стафеевым и Филатовой, мы используем модифицированную длину ортодромии, чтобы рассчитать длины сторон сферического треугольника по формуле

$$d_{1,2} = 2 \arcsin \left[\min \left\{ \left(\sin \frac{|\varphi_1 - \varphi_2|}{2} \right)^2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \left(\sin \frac{\gamma |\lambda_1 - \lambda_2|}{2} \right)^2 \right\} \right],$$

где, как и ранее, λ и φ обозначают долготу и широту двух точек, а коэффициент сужения γ добавлен, чтобы компенсировать локальное долготное растяжение птолемеевых координат.

У этого метода есть неудачное ограничение, из-за которого каждое из неизвестных мест, которые мы пытаемся определить, должно быть заключено в треугольник из мест, которые мы уже знаем. В том наборе данных, который мы здесь изучаем, не все неизвестные точки отвечают этому критерию, поэтому модель терпит неудачу при попытке оценить современные координаты для значительной части каталога. Кроме того, это ограничение затрудняет проверку этой модели, потому что многие из известных точек, которые мы хотим подтвердить, лежат на выпуклой оболочке множества, и их удаление из набора опорных точек делает невозможным их предсказание.

Тем не менее, этот подход оказался наиболее точным и концептуально простым из всех, что мы применяли. Чтобы эффективно рассчитать треугольники, мы существенно дополнили метод Гусева, Стафеева и Филатовой вычислением триангуляции Делоне [12] известных точек в их древних координатах. Мы использовали библиотеку в `scipy.spatial`, чтобы вычислить эти триангуляции и для поиска симплексов известных точек для каждой неизвестной.

Базис-векторный подход

Это было нашей первой попыткой освободиться от ограничения окружающего треугольника. При этом подходе мы находим трех ближайших известных соседей, основываясь на их расстоянии до неизвестной точки, а затем рассматриваем два таких вектора, что они образуют базис-вектор [13] неизвестного в древних координатах места. Затем решается система уравнений, чтобы определить положение неизвестной точки в современных координатах. Для этого строим матрицу A , представляющую базис

$$\begin{bmatrix} \lambda_3 - \lambda_1 & \lambda_2 - \lambda_1 \\ \varphi_3 - \varphi_1 & \varphi_2 - \varphi_1 \end{bmatrix}.$$

Затем берем птолемеевы координаты λ_4 и φ_4 неизвестной точки и формируем вектор $\mathbf{b}$ как

$$\begin{bmatrix} \lambda_4 - \lambda_1 \\ \varphi_4 - \varphi_1 \end{bmatrix}.$$

Далее мы решаем для вектора $\mathbf{x}$, представляющего неизвестную точку в базисе, сформированном известными точками, уравнение

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

Мы формируем второй базис и связанную с ним матрицу B , используя наши современные координаты известных точек, и решаем уравнение

$$B\mathbf{x} = \mathbf{c}$$

для вектора $\mathbf{c}$, который представляет собой современный эквивалент неизвестного местоположения в терминах современного базиса. Теперь современные координаты неизвестной точки можно оценить по формуле

$$\begin{bmatrix} \lambda_m \\ \varphi_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\lambda \\ c_\varphi \end{bmatrix}.$$

Подход, разработанный в этой секции, не является моделью сам по себе. Вместо этого, он берет за основу результаты работы прочих моделей и корректирует их, чтобы принять во внимание определенные убеждения, такие, как то, что места, описанные Птолемеем как находящиеся на суше, должны попадать куда-то на сушу Индийского субконтинента.

В этом подходе мы берем за основу территорию Индии. Конкретнее, мы создали изображение, которое представляет собой черно-белую карту Индии, где черный цвет обозначает зону нулевой вероятности, а белый — зону равномерно распределенной ненулевой вероятности, занимающую весь субконтинент. Мы сделали это, так как многие точки на выходе других моделей оказались посреди океана. И, хотя в некоторых случаях это можно было бы объяснить тем, что они были на маленьких островах, или же это связано с изменением уровня воды, в большинстве случаев это нельзя было объяснить таким образом. Скорее, мы чувствовали, что сможем получить лучшие и, на наш взгляд, более вероятные результаты, если приблизим получившиеся точки к суше. Эта карта загружена как матричное приближение функции распределения вероятности, нормализованной так, чтобы сумма всех ненулевых вероятностей равнялась 1, в соответствии с математическим определением этой функции.

Затем мы взяли каждую из получившихся точек на выходе исходной модели и создали вторую схему, которая рассматривает точку как среднее двумерного нормального распределения. Вслед за этим, мы обратились к формуле Байеса,

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)},$$

совмещая априорные данные с новыми, а затем перенормировали результат, получив апостериорное распределение вероятности для искомой точки. Здесь $P(A|B)$ — интересующая нас апостериорная матрица, содержащая распределение вероятностей того, куда попадает новая оценка координат искомой точки. Априорное распределение $P(A)$ выражает наше мнение о том, где точка должна лежать, не принимая во внимание новые данные, что в нашем случае означает всю массу суши Индийского субконтинента. Новые данные $P(B|A)$ мы получаем на выходе нашей исходной модели, основанной на гипотезе о двумерном нормальном распределении. $P(B)$ — это нормирующее значение, которое делает нашу матрицу распределением вероятностей, дающим в сумме единицу.

Далее мы нашли апостериорный максимум (maximum a-posteriori, MAP) полученной приближенной матрицы как новую оценку современного местоположения искомой неизвестной точки. Изначально мы пытались использовать вместо этого оценщик максимального правдоподобия (maximum likelihood estimator, MLE), но закончилось это тем, что точки оказались расположены в океане. MAP позволяет избежать этого, так как у точки должна быть некоторая вероятность оказаться на суше, и у точек в океане в дальнейшем должна быть нулевая вероятность. Это возможно благодаря тому, что для точек в океане мы задали априорную вероятность, равную нулю. Априорные данные, вместе с новыми и апостериорными, показаны на рис. 6 как полутонные изображения.

Мы намереваемся обобщить этот подход с тем, чтобы применить наши убеждения вокруг других геологических формаций, таких как реки, озера и горы, в сочетании с другими нашими моделями. К примеру, мы могли бы похожим образом загрузить априорное распределение аппроксимации течения реки Ганг, дабы скорректировать точки, соответствующие городам, которые Птолемей помещает вдоль этой реки.

Этот подход был вдохновлен уже упомянутой анимационной визуализацией. При наблюдении перехода от древней точки к современной, полученной с помощью триангуляционной модели, было интересно видеть, как неизвестные точки перемещались относительно их ближайших соседей. На Рис. 5 показана визуализация ближайших соседей, аналогичная более ранней визуализации триангуляции Делоне, примененной в триангуляционном методе. Это привело к идее взять взвешенные значения перемещения соседей, а не пытаться рассчитать средние значения их позиций, что в некоторых аспектах похоже на алгоритм флокинга, описанный Рейнольдсом [14].

Чтобы осуществить это, мы сначала сдвинули центр масс всего набора Птолемеевских данных прямо на центр современного набора точек, используя формулы

$$\lambda'_{p_i} = \lambda_{p_i} - \left(\frac{\sum_{j=1}^n \lambda_{p_j}}{n} - \frac{\sum_{j=1}^n \lambda_{m_j}}{n} \right),$$

$$\varphi'_{p_i} = \varphi_{p_i} - \left(\frac{\sum_{j=1}^n \varphi_{p_j}}{n} - \frac{\sum_{j=1}^n \varphi_{m_j}}{n} \right),$$

где λ_{p_i} — птолемеева долгота i -го места, φ_{p_i} — соответствующая птолемеева широта, λ_{m_i} и φ_{m_i} — их современные эквиваленты, а n — общее количество рассматриваемых мест. Это также было вдохновлено визуализацией, так как было необходимо, чтобы точки были видны в том же месте на экране и оставались в кадре. Тогда для каждой из известных точек мы рассчитали векторы, по которым должны перемещаться Птолемеевские координаты, чтобы стать современными. Для этого мы взяли ближайших соседей неизвестных точек, вычислили средневзвешенное значение векторов, по которым должны двигаться соседи, чтобы соответствовать современным координатам, и использовали это для того, чтобы переместить неизвестную точку в ее современное положение. Значения основаны на расстоянии от неизвестных точек до известных в рамках Птолемеевских координат. Итак,

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{m}_i - \mathbf{p}_i,$$

где $\mathbf{v}_i$ — это вектор движения, $\mathbf{p}_i$ — это птолемеевский вектор, рассчитанный, как описано выше, а $\mathbf{m}_i$ — это вектор современных координат, соответствующих этим птолемеевским.

Для предсказания, мы берем k ближайших соседей неизвестной точки y_p , используем соответствующие им расстояния при расчете взвешенного среднего движения, и используем полученное среднее для того, чтобы сдвинуть неизвестную точку так, чтобы получить оценку ее современного расположения

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{y}_p + \sum_{i=1}^k \mathbf{v}_i w_i$$

где $\mathbf{y}$ — это предсказанный вектор, состоящий из λ_m и φ_m , $\mathbf{v}_i$ — это разность между птолемеевскими и современными координатами i -го ближайшего соседа из числа k соседей, а w_i — вес i -го соседа. Веса соседей рассчитываются по формуле

$$w_i = \frac{d_i}{\sum_{j=1}^k d_j}.$$

Мы предприняли две другие попытки преодолеть ограничение триангуляции.

Первую из них мы назвали *многосторонним подходом*. Эта модель пытается использовать подход, применяющийся в современных технологиях GPS, располагая точку, основываясь на относительном сферическом расстоянии от трех других известных точек. Уместно будет провести аналогию с устройством GPS в современных мобильных телефонах. Если рассматривать телефон как неизвестную Птолемеевскую точку, а три спутника как известные Птолемеевские места, то мы можем применить тот же алгоритм, который используется в системе GPS, для того, чтобы приблизительно рассчитать неизвестную точку с помощью уже известных.

Этот алгоритм работает, оценивая расстояния для неизвестных точек, а затем он вычисляет пересечение трех сфер, построенных на основе этих расстояний, которые берутся за радиусы сфер, и сферы, представляющей Землю. В нашем случае нужен этап временной трансляции. Сначала мы вычисляем расстояние от неизвестной точки до каждой известной, используя Птолемеевские координаты. Затем мы строим сферы, используя современные координаты и находим их пересечение, используя основанный на SVD метод, который мы нашли в Stack Overflow [15].

Наше использование «многостороннего подхода» было несколько испорчено тем, что он предполагает, что расстояния будут сохранены после перехода от древних координат к современным, чего может не быть. Попытки масштабировать расстояние, основываясь на относительных дистанциях в древних координатах, также не помогли, потому что при переходе от древних координат к современным относительные расстояния также не сохраняются.

Вторая неудачная модель была названа нами *методом трех площадей*. Эта модель изначально была предназначена для того, чтобы дополнить триангуляционную модель так, чтобы избавиться от ограничения, из-за которого неизвестные точки должны быть полностью заключены в треугольник, состоящий из уже известных. Идея была основана на том, что оказалось непониманием того, как триангуляционный подход работает на самом деле. Напомним, что метод триангуляции вычисляет новую точку на основе средневзвешенных значений окружающих точек, где значения вычисляются при нахождении площадей внутренних треугольников, сформированных при проведении линий от неизвестных точек к каждой из известных, и от каждой из известных к другим известным. Непонимание заключалось в том, что после применения значений при вычислении новых точек, соотношения площадей треугольников должны были бы сохраняться в новой конфигурации, и в этом была суть самого подхода. Новый подход, использующий альтернативный способ нахождения новой точки так, что соотношения сохранялись, работал бы идентично для полностью окруженных неизвестных точек, однако он также работал бы и когда точка не была полностью окружена.

К сожалению, на практике «метод трех площадей» не сработал. Оказалось, что применение средневзвешенных значений не подходит как способ сохранить соотношение площадей. Несмотря на то, что мы достигли успеха в создании решения, которое сохраняет эти соотношения, оно совершенно не сочетается с предыдущим триангуляционным подходом. Это решение перемещает неизвестные точки «неуклюжим» способом, что отчетливо видно на анимированной визуализации. И более того, вышло так, что наружные точки перемещаются гораздо дальше из диапазона, чем предполагалось, так же, как и при использовании базис-векторного подхода.

Результаты

Google Планета Земля

Это был главный полученный нами результат, особенно имея в виду, какую пользу мы получили от этого. Мы поняли, что формат KML — это очень мощный инструмент, несмотря на его простоту, для привязки нужд нашей визуализации к Google Планета Земля, и нашли, что этот инструмент хорошо поддерживает наш рабочий процесс при попытках определить новые точки, которые могут считаться известными.

В добавление к визуализации точек, мы сочли систему Google Планета Земля невероятно полезной при визуализации других геометрических артефактов в других наших моделях. К примеру, триангуляционный подход в большей степени полагается на триангуляцию Делоне. Визуализация этой триангуляции, наряду с точками, которые ее составляют, и точками, которые попадают внутрь каждого треугольника, показала себя довольно полезной при улучшении и модели, и данных. Пример этой визуализации можно увидеть на Рис. 4.

Визуализация в системе Processing

Эта визуализация полезна для понимания того, какие точки куда переместились, и как эти перемещения соотносятся друг с другом. Это послужило вдохновением для модели флокинга. Этот инструмент был разработан как скетч для системы Processing [16]. Скриншоты визуализации в двух крайних состояниях показаны на Рис. 3.

Анализ ошибок

Мы провели проверку методом последовательного исключения одной из известных точек из числа опорных, а также перекрестное сравнение двух моделей, которые оказались наиболее точными после применения нашей байесовской коррекции для точек из главы 1 книги седьмой, которая покрывает большую часть территории современной Индии, которую Птолемей описывает под названием «Индия до реки Ганг». Мы могли только сравнить регионы, которые не были исключены триангуляционным ограничением, описанным ранее в данной статье. Наша средняя ошибка для флокинга составила 145 миль, а наша средняя ошибка для метода триангуляции была 132 мили. Рис. 7 позволяет нам визуализировать как каждая из двух моделей работает точнее для некоторых точек, чем для других. Ввиду того, что график отсортирован по убыванию ошибки триангуляционного подхода, большая степень изменений заметная в серии для флокинга означает, что он был более точен, чем триангуляция в некоторых случаях и менее точен в других. Более того, мы можем также видеть, что хотя это и происходит, два графика ошибок следуют общему тренду, и ошибка в целом убывает для флокинга по мере того, как она снижается для триангуляции.

Заключение и будущая работа

Мы надеемся, что эта работа даст стимул будущим исследованиям в этой области и послужит полезной основой для таких работ. Далее в этом разделе мы даем некоторые рекомендации для будущих проектов в этой области.

Первое и самое очевидное расширение этой работы – это просто применить те же концепции и технологии к каждой из книг и глав географии Птолемея. Мы сконцентрировались на Индии только для начала, однако, те же принципы и подходы должны сработать точно так же и для любого из регионов, которые он описывает, и результаты таких работ должны быть так же полезны. На самом деле, нам представляется, что работа над другими книгами будет даже проще, так как Птолемей лучше знал эти

области, и более высокий процент упомянутых Птолемеем мест может принадлежать известным местам.

Следующее расширение – дальше уточнять известные места в Индии. Мы признаем, что все еще есть некоторая неуверенность насчет многих мест, которые мы классифицируем как известные, и дальнейшая работа в этой области может уменьшить эту неуверенность. Аналогично, наши предположения насчет положения оставшихся неизвестных мест могут оказаться полезными для ученых, которые пытаются их идентифицировать. Идеальный сценарий предполагает, что одно из наших предположений окажется достаточно точным для того, чтобы археологи смогли отправиться по тем координатам, которые мы предоставили, начали раскопки и нашли бы скрытый до этого древний город, который был описан Птолемеем, но с тех пор был потерян.

Кроме того, мы пока ничего не делаем для того, чтобы эффективно зафиксировать степень, при которой мы рассматриваем каждое место как известное, хотя мы определенно знаем некоторые места с большей степенью уверенности, чем другие. Соответственно, дискретная классификация степени, до которой каждая точка известна, может оказаться полезной. Или можно пойти еще дальше и описать полное априорное распределение для каждой известной точки, что полностью выразит нашу уверенность насчет них. Мы отчасти применяли эту идею при разработке подхода байесовской коррекции, но в дальнейшей работе она может быть развита намного серьезнее.

Мы также признаем, что разработанные нами модели оставляют широкий простор для улучшения в нескольких направлениях. Во-первых, мы могли бы существенно расширить объем тех данных, с которыми мы работаем. Единственные данные, которые мы используем для математического предсказания, — это птолемеевские широта и долгота. В наш список будущих задач для проекта также входит исследование других потенциально применимых данных, таких как информация о топонимах, названия племен, метаданные, такие как более подробная информация о категориях и информация о геологических особенностях. К примеру, для идентификации гор возможно использовать гипсометрические данные для предположения о более вероятных координатах горных цепей. Аналогично, векторные данные о руслах рек потенциально могут быть использованы для того, чтобы лучше определить положение связанных с реками объектов, городов и других мест, описанных с точки зрения их близости к этим рекам.

Второе направление, на котором можно достичь улучшений, — это тип используемой модели. К концу нашего исследования выяснилось, что триангуляция все же дает наиболее точные результаты, но мы никак не могли избавиться от ограничения, из-за которого известные места должны формировать треугольник вокруг точки, известной в птолемеевских координатах. Таким образом, избавление от этого ограничения остается хорошей темой для будущих исследований, наряду с разработкой лучших моделей или усовершенствованием моделей, рассмотренных в этой работе.

Аналогично, третье направление заключается в комбинировании нескольких моделей. Например, мы могли бы представить себе гибрид флокинга и триангуляционного подхода, который так объединяет результаты, что получается более совершенная модель.

Мы предполагаем, что многие из инструментов и методов, описанных в этой работе, будут полезны для понимания других древних авторов. Разумеется, мы намерены продолжать нашу работу и исследовать всю оставшуюся «Географию» Птолемея, предоставив законченное современное воспроизведение его Ойкумены в таких системах, как Google Планета Земля, Google Maps и ArcGIS.

Литература

1. Schoff, W. H. (1912). *Periplus of the Erythraean Sea: Travel and Trade in the Indian Ocean by a Merchant of the First Century, Translated from the Greek and Annotated*. New York, NY: Longmans, Green, and Co.
2. Stückelberger, A., & Grasshoff, G. (2006). *Klaudios Ptolemaios: Handbuch der Geographie, Griechisch-Deutsch*. Basel: Schwabe Verlag.
3. McCrindle, J. W. (1927). *Ancient India as described by Ptolemy*. New Delhi: Munshiram Manoharlal Publishers Pvt. Ltd.
4. Berggren, J., & Jones, A. (2000). *Ptolemy's Geography: An Annotated Translation of the Theoretical Chapters*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
5. Ptolemy, C. (1991). *Claudius Ptolemy, The Geography, Translated and edited by E.L. Stevenson*. New York: Dover Publications, Inc.
6. Tsorlini, A. (2011). *Claudius Ptolemy "Geōgrafikē Yfēgēsis" (Geographia): digital analysis, evaluation, processing and mapping the coordinates of Greece, the Mediterranean and the Black Sea, based on 4 manuscripts and 15 printed editions, from Vaticanus Urbinas Gr. 82 (13th cent.) until today: the new Catalogue "GeoPtolemy-θ"*. In digital form, <http://digital.lib.auth.gr/record/128272>
7. Smith, R. (2007). An Overview of the Tesseract OCR Engine. *ICDAR '07 Proceedings of the Ninth International Conference on Document Analysis and Recognition*. 2, pp. 629-633. Washington, DC: IEEE Computer Society.
8. Lancaster, K. (2014). *Overview - simplekml 1.2.5 documentation*. Retrieved from Read the Docs: <https://simplekml.readthedocs.org/en/latest/>
9. Google. (2015). The Google Geocoding API. In digital form, <https://developers.google.com/maps/documentation/geocoding/>.
10. Gusev D. A., S. K. Stafeyev, L. M. Filatova (2005). Iterative reconstruction of Ptolemy's West Africa. The 10th International Conference on *the Problems of Civilization*. Moscow: RosNOU.
11. Pedregosa, F., et al. (2011). Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research* 12: 2825-2830.
12. Delaunay, B. (1934). Sur la sphère vide. *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskii i Estestvennykh Nauk* 7: 793-800.
13. Strang, G. (2009). *Introduction to Linear Algebra*. Fourth edition. Wellesley, MA: Wellesley-Cambridge Press.
14. Reynolds, C. (2001). Boids: background and update. In digital form, <http://www.red3d.com/cwr/boids/>.
15. zerm. (2011). *Multilateration of GPS Coordinates*. Retrieved from Stack Overflow: <http://stackoverflow.com/questions/8318113/multilateration-of-gps-coordinates>
16. Raes, C., Fry, B., & Maeda, J. (2007). *Processing: A Programming Handbook for Visual Designers and Artists*. Cambridge: The MIT Press.

Рисунки:

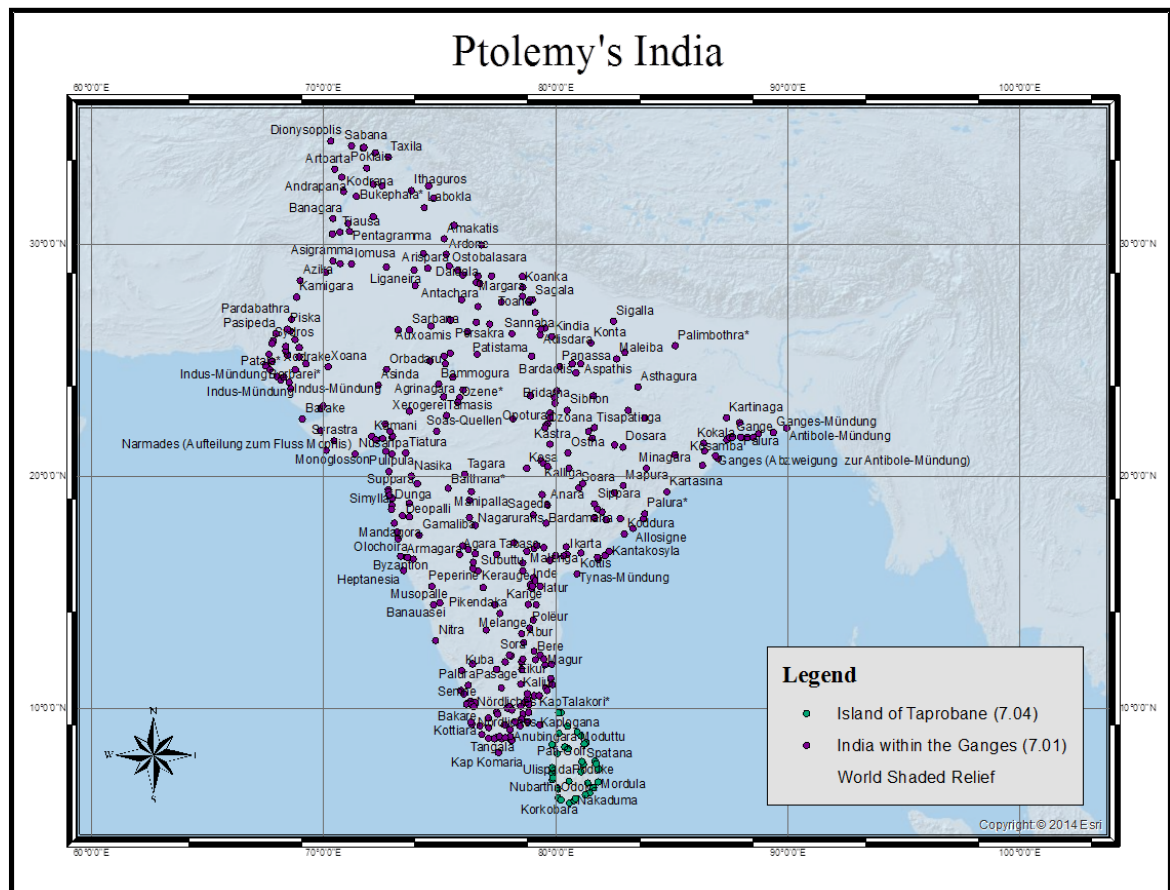


Рис. 1.

Этот рисунок представляет изображение и известных, и неизвестных мест птолемеевской «Географии» с использованием триангуляционного подхода. Показанные надписи – названия, данные Птолемеем, переведенные на немецкий язык Штюкельбергером и Грассхоффом.



Рис. 2.

На этом изображении представлен скриншот Google Планета Земля с загруженными результатами триангуляции в формате KML. Мы также загрузили птолемеевские координаты как они есть, даже несмотря на то, что система координат неверна (особенно главный меридиан). Ее ошибочность идет на пользу визуализации, потому что точки с птолемеевскими координатами видны в том же кадре, что и точки с современными координатами. На этом изображении можно увидеть современные известные и неизвестные точки слева, в Индии, и соответствующие им точки с птолемеевскими координатами справа, на Тихом Океане. Мы решили, что удобнее будет пометить точки в соответствии с системой, использованной Штукельбергером и Грассхоффом для дальнейшей отладки и идентификации точек.

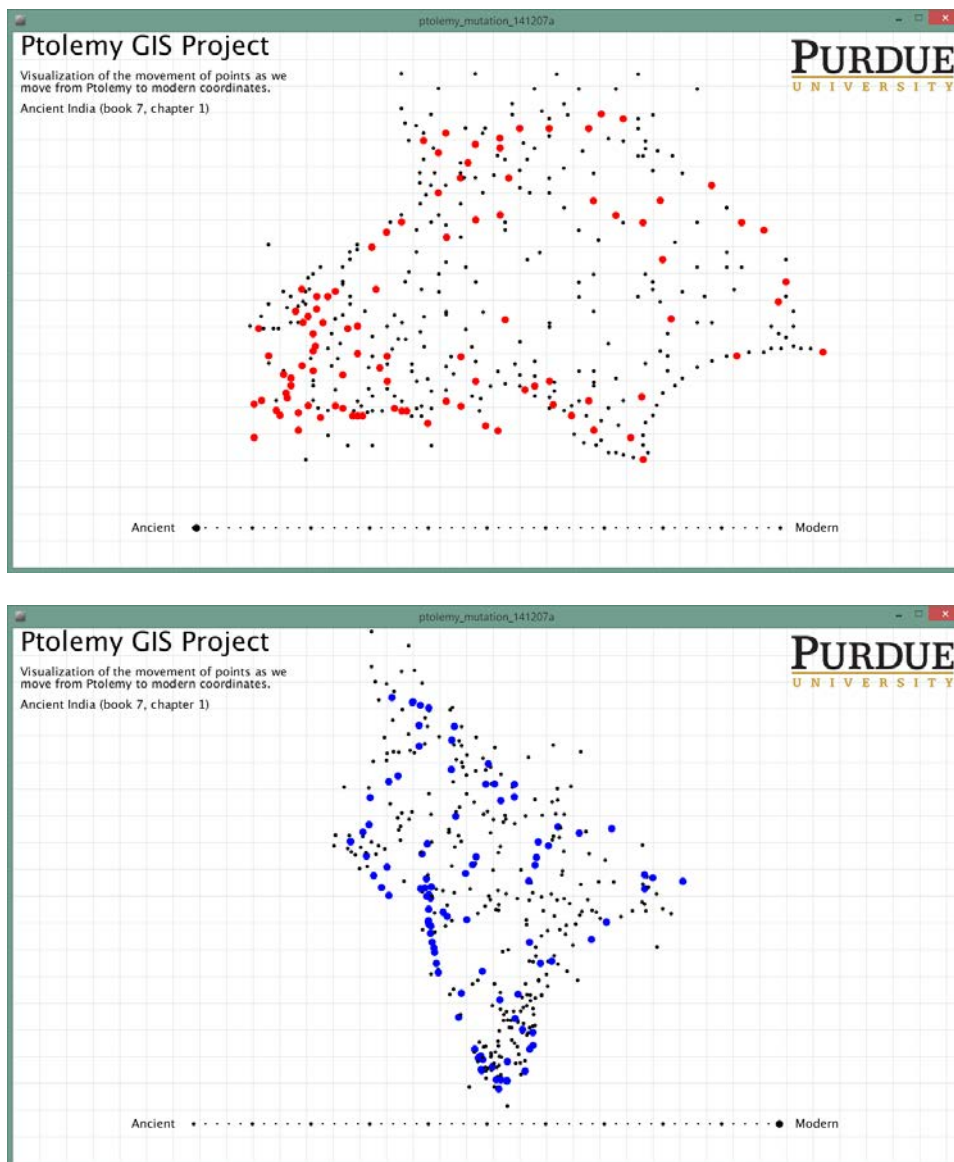


Рис. 3.

Это скриншоты анимированной схемы визуализации в ее предельных состояниях. Изображение плавно переходит от древних координат к современным и обратно, позволяя пронаблюдать, как известные и неизвестные точки перемещались между двумя положениями. Пользователь может нажать на схему, чтобы вручную управлять бегунком, отвечающим за время.

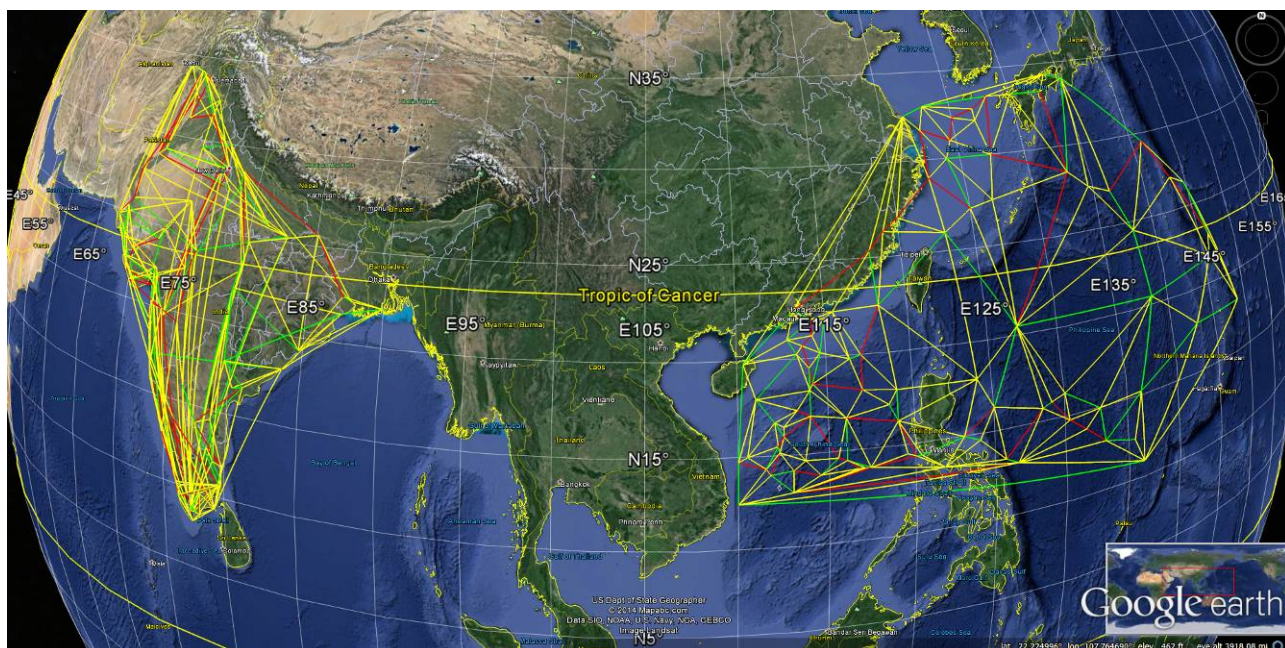


Рис. 4.

Этот рисунок представляет визуализацию триангуляции, особенно четко изображающую триангуляцию Делоне, использованную для выбора известных точек, которые используются при расчете для каждой неизвестной точки. Если рассматривать все треугольники одновременно, как на верхней картинке, то цвета становятся неразборчивыми, однако на нижних изображениях, когда демонстрируется по одному треугольнику, изучать рисунок становится гораздо удобнее.

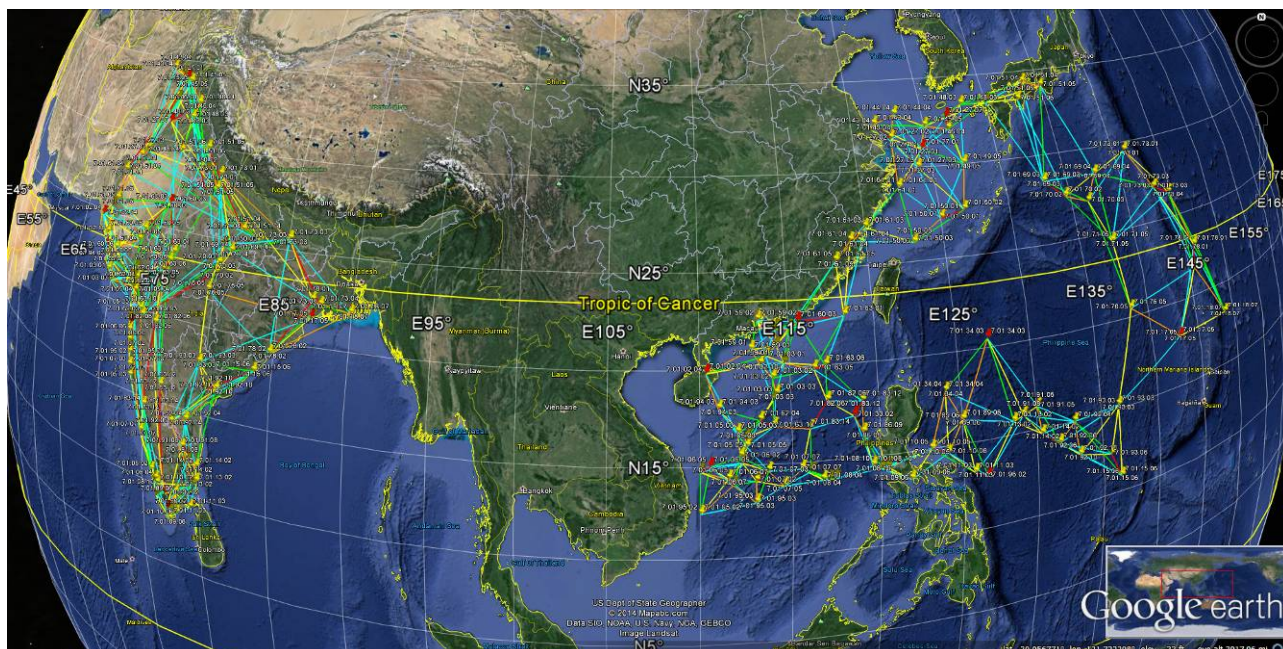


Рис. 5.

На этом рисунке изображены ближайшие соседи для каждой известной точки, с учетом другого графа, близкого к триангуляции, показанной на рис. 4. Как и на рис. 4, цвета более разборчивы по отдельности, и в KML содержатся директории, что позволяет включать и выключать целые наборы линий для большего удобства. Некоторые из моделей, которые мы применили, используют ближайших соседей, а не окружающий треугольник, как триангуляция Делоне. Эта визуализация оказалась довольно удобной для отладки и идентификации новых точек.

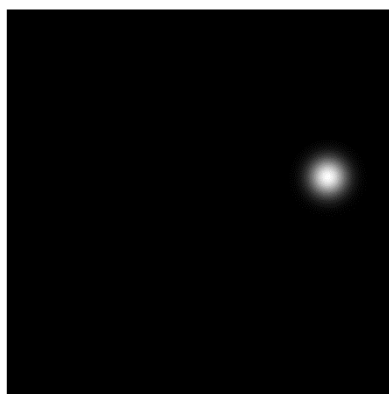


Рис. 6.

Верхнее изображение показывает априорную вероятность для Индии (книга 7, глава 1). Нижние рисунки иллюстрируют байесовские вычисления. Априорная вероятность слева, данные в середине и апостериорная вероятность справа. Мы приняли «центр масс» карты апостериорной вероятности в качестве скорректированной точки.

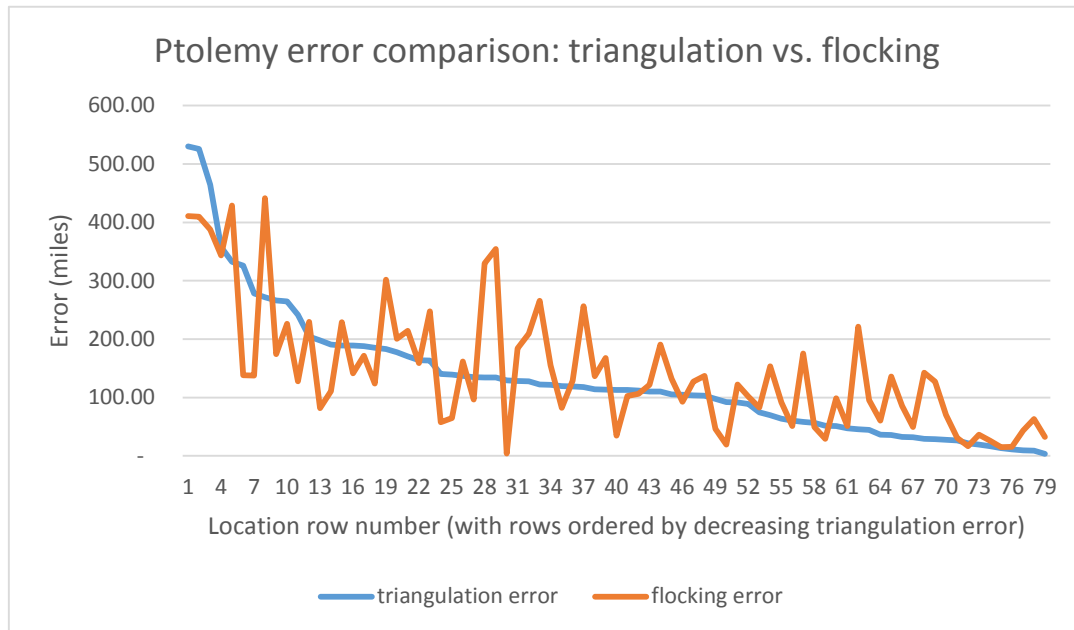


Рис. 7.

Этот рисунок дает представление об ошибках, допущенных при использовании двух точнейших математических моделей: триангуляции и флокинга. Данные были отсортированы в порядке убывания ошибок триангуляции. Можно видеть, что ошибки флокинга отдаленно совпадают с ошибками триангуляции, однако наблюдается высокая степень различия на всем промежутке. Из этого можно сделать вывод, что в некоторых случаях флокинг справляется лучше, в то время, как в других ситуациях триангуляция дает лучший результат.

Таблицы

Таб. 1. Современные координаты известных мест в книге 7, глава 1

<i>Ptolemy ID</i>	<i>Ptolemy Name</i>	<i>Modern Name</i>	<i>Ptol. Lat.</i>	<i>Ptol. Lon.</i>	<i>Mod. Lat.</i>	<i>Mod. Lon.</i>
7.01.02.04	Indus-Mündung (westlichste)		19.83	110.33	24.74	67.55
7.01.02.10	Indus-Mündung		20.25	113.33	23.77	68.61
7.01.03.01	Bardaxema	Bhadreshwar	20.67	113.67	21.64	69.63
7.01.03.02	Syrastra	Junagadh	19.50	114.00	21.17	72.83
7.01.03.03	Monoglosson	Mangrol	18.67	114.17	21.12	70.12
7.01.04.02	Mophis-Mündung	Mahi	18.33	114.00	22.24	72.66
7.01.05.03	Narmades-Mündung	Narmada	16.75	112.00	21.61	72.56
7.01.05.04	Nusaripa	Navsari	16.50	112.50	20.95	72.95
7.01.05.05	Pulipula	Sanjan	16.00	112.50	20.19	72.82
7.01.06.02	Suppara	Sopara	15.50	112.17	19.42	72.80
7.01.06.03	Goaris-Mündung	UlhasRiver/VasaiCreek	15.17	112.25	19.32	72.80
7.01.06.05	Bindas-Mündung	Thanecreek	15.00	110.50	19.05	72.98
7.01.06.06	Simylla	Chaul	14.75	110.00	18.57	72.94
7.01.06.07	Balepatna	Dabhol	14.33	111.50	17.59	73.18
7.01.06.08	Hippokura	Goregaon(West)	14.00	111.75	19.16	72.84
7.01.07.02	Mandagora	Mandangarh	14.17	113.00	17.98	73.25
7.01.07.03	Byzantion	Vijayadurg	14.67	113.67	16.55	73.34
7.01.07.05	Nanagunas-Mündung	Taptiriver/Haziracreek	13.83	114.50	21.07	72.68
7.01.07.07	Nitra	Mangalore/Mangaluru	14.67	115.50	12.91	74.84
7.01.08.02	Tyndis	Ponnani	14.50	116.00	10.77	75.93
7.01.08.04	Kap Kalaikarias	Chalakudy	14.00	116.67	10.31	76.33
7.01.08.05	Muziris	Cranganur	14.00	117.00	10.22	76.20
7.01.08.06	Pseudostomos-Mündung	Periyar-Mündung	14.00	117.33	10.18	76.16
7.01.08.10	Bakare	Pirakkad	14.50	119.50	10.06	76.46
7.01.08.11	Baris-Mündung	Pamba	14.33	120.00	9.31	76.38
7.01.09.02	Nelkynda	Nirkunnam	14.33	120.33	9.41	76.35
7.01.09.06	Kap Komaria	Kap Comorin	13.50	121.75	8.09	77.54
7.01.10.05	Kolchoi	Korkei	15.00	123.00	8.63	78.07
7.01.10.06	Solen-Mündung	Tamraparni-Mündung	14.67	124.00	8.63	78.11
7.01.11.03	Kap Kalligikon	Point Callimere	13.33	125.67	9.29	79.31
7.01.13.02	Chaberis	Tranquebar	15.75	128.33	11.03	79.85
7.01.14.02	Poduke	Virampatnam	14.75	130.25	11.89	79.82
7.01.15.06	Ablegeplatz zur Goldenen	Chersones	11.00	136.33	18.16	83.78
7.01.17.05	Adamas-Mündung	Subarnarekha-Mündung	18.00	142.67	21.56	87.37
7.01.18.07	Antibole-Mündung		18.25	148.50	22.07	89.94
7.01.27.01	Indus (Zusammenfluss mit dem Koas)	Indus(ZusammenflussmitdemKonar)	31.00	124.50	33.92	72.23
7.01.27.02	Koas (Zusammenfluss mit dem Suastos)	Konar(ZusammenflussmitdemSwat)	31.67	122.50	34.11	71.71
7.01.27.03	Indus (Zusammenfluss mit dem Zaradros)	Indus(ZusammenflussmitdemSutlej)	30.00	124.00	29.15	70.72
7.01.27.07	Bidaspes (Zusammenfluss mit dem Sandabal)		32.67	126.67	31.17	72.15
7.01.33.02	Pseudostomos (Biegung)	Periyar	17.25	118.50	9.58	77.11
7.01.34.03	Solen-Quellen im Bettigo-Gebirge	Tamraparni-QuellenindenS-Ghats	20.50	127.00	8.69	77.36
7.01.34.04	Solen (Biegung)	Tamraparni	18.00	124.00	8.69	77.68
7.01.43.04	Dionysopolis		32.50	121.50	34.43	70.32
7.01.44.04	Poklais	Charsadda	33.00	123.00	34.15	71.74
7.01.45.05	Taxila	Taxila	32.25	125.00	33.74	72.80
7.01.46.04	Euthydemia	Sialkot	32.00	126.67	32.49	74.53
7.01.48.03	Labokla		33.33	128.00	31.56	74.36
7.01.48.04	Batanagra		33.33	130.00	29.58	74.32
7.01.49.05	Indabara		30.00	127.25	28.61	77.25
7.01.50.01	Modura	Mathura	27.17	125.00	27.49	77.67

7.01.50.02	Gagasmira		27.50	126.67	28.61	76.66
7.01.50.03	Erarassa		26.00	123.00	25.32	82.98
7.01.51.04	Konta		34.33	133.50	25.72	81.52
7.01.51.05	Margara		34.00	135.00	27.74	78.57
7.01.51.06	Batankaisara		33.33	132.67	29.96	76.82
7.01.59.01	Patala	Hyderabad	21.00	112.83	25.39	68.37
7.01.59.02	Barbarei	Bhambore	22.50	113.25	24.75	67.52
7.01.60.03	Auxoamis	Ajmer	22.33	115.50	26.45	74.64
7.01.60.04	Asinda	Siddhpur,Gujarat,I ndia	22.00	114.25	23.92	72.37
7.01.60.05	Orbadaru	Mt.Abu	22.00	115.00	24.59	72.71
7.01.60.06	Theophila	Devaliya	21.17	114.25	23.03	70.00
7.01.60.07	Astakapra	Hathab	20.25	114.67	21.57	72.27
7.01.61.01	Panassa	No town there	29.00	122.50	28.78	70.10
7.01.61.03	Naagramma	Naushehra	27.00	120.00	32.57	72.15
7.01.61.04	Kamigara	Sukkur	26.33	119.00	27.71	68.85
7.01.61.05	Binagara	Brahmanabad	25.33	118.00	25.88	68.78
7.01.62.04	Barygaza	Bharuch	17.33	113.25	21.71	73.00
7.01.63.01	Agrinagara	AgarMalwa	22.50	118.25	23.71	76.01
7.01.63.05	Xerogerei	Dhar	19.83	116.33	22.60	75.30
7.01.63.06	Ozene	Ujjain	20.00	117.00	23.18	75.78
7.01.63.10	Nasika	Nasik	17.00	114.00	20.00	73.79
7.01.69.03	Stagabaza	Bhojapur	28.50	133.00	19.68	74.04
7.01.69.04	Bardaotis	Bharhut	28.50	137.50	24.45	80.88
7.01.70.02	Bridama	Bilhari	27.50	134.50	23.14	79.97
7.01.70.03	Tholobana	Bahoriband	27.00	136.33	23.67	80.07
7.01.71.05	Panassa	Panna	24.50	137.67	24.72	80.18
7.01.73.01	Sambalaka	Sambhal	29.50	141.00	28.59	78.57
7.01.73.03	Palimbothra	Patna	27.00	143.00	25.61	85.14
7.01.73.04	Tamalites	Tamluk	26.50	144.50	22.30	87.92
7.01.76.05	Ozoana	Seoni	20.50	138.25	22.09	79.54
7.01.78.01	Kartinaga	Karnigar	23.00	146.00	22.51	87.36
7.01.78.02	Kartasina	Berhampur	21.67	145.50	19.31	84.79
7.01.82.06	Baithana*	Paithan	18.17	117.00	19.48	75.38
7.01.83.12	Modogulla	Mudgal	18.00	119.00	16.01	76.44
7.01.83.14	Banauasei	Banavasi	16.75	116.00	14.53	75.02
7.01.86.09	Karura	Tirukkarur	16.33	119.00	10.77	79.64
7.01.89.06	Modura	Madurai	16.33	125.00	9.93	78.12
7.01.91.05	Orthura	Uraiyar	16.33	130.00	12.09	79.14
7.01.91.08	Abur		16.00	129.00	12.82	78.63
7.01.92.04	Karige		15.00	132.67	14.47	78.82
7.01.92.06	Pikendaka		14.00	131.50	14.08	77.60
7.01.92.10	Malanga		13.00	133.00	16.70	81.10
7.01.93.03	Bardamana		15.25	136.25	17.97	79.59
7.01.93.06	Pityndra		12.50	135.50	16.56	80.34
7.01.94.03	Barake	Beyt	18.00	111.00	22.46	69.10
7.01.95.02	Milizigeris	Jaygarh	12.50	110.00	17.29	73.22
7.01.95.03	Heptanesia		13.00	113.00	15.93	73.46
7.01.96.02	Kory	Rameswaram	13.00	126.50	9.29	79.31

Таб. 2. Современные координаты известных мест в книге 7, глава 4

<i>Ptolemy ID</i>	<i>Ptolemy Name</i>	<i>Modern Name</i>	<i>Ptol. Lat.</i>	<i>Ptol. Lon.</i>	<i>Mod. Lat.</i>	<i>Mod. Lon.</i>
7.04.02.01	Nördliches Kap	Point Pedro	12.50	126.00	9.82	80.23
7.04.03.01	Nördliches Kap	Point Pedro	12.50	126.00	9.82	80.23
7.04.03.05	Kap Anarismundu		7.75	122.00	8.44	79.85
7.04.03.09	Priapis-Hafen		3.67	122.00	7.19	79.86
7.04.04.03	Kap des Zeus		1.00	120.50	6.93	79.86
7.04.04.07	Odoka		(2.00)	123.00	6.15	80.11
7.04.04.08	Kap der Vögel	Dondra Head	(2.50)	125.00	6.05	80.22
7.04.05.01	Dagana, der Selene heilig		(2.00)	126.00	5.93	80.59
7.04.05.02	Korkobara		(2.33)	127.67	6.03	80.79
7.04.05.04	Kap Ketaion		(0.67)	132.50	6.36	81.47
7.04.05.08	Mordula		2.33	131.00	6.84	81.83
7.04.06.01	Abaraththa		3.25	131.00	7.38	81.84
7.04.06.02	Helios-Hafen		4.00	130.00	7.72	81.70
7.04.06.06	Kap Oxeia	Foul Point	7.50	130.00	8.52	81.32
7.04.06.07	Ganges-Mündung	Mahaweli Ganges- Mündung	7.33	129.00	8.46	81.23
7.04.07.01	Nagadiba	Nagadeepa Rajamaha Viharaya	8.50	129.00	9.61	79.77
7.04.07.03	Anubingara		9.67	128.67	8.82	81.10
7.04.07.04	Moduttu		11.00	128.00	8.98	80.94
7.04.07.07	Talakori		11.67	126.33	9.82	80.14
7.04.10.01	Anurogrammon	Anuradhapura	8.67	124.17	8.35	80.39
7.04.10.02	Maagrammon	Tissamaharama	7.33	127.00	6.28	81.28